DejaVu Serif DejaVu Sans DejaVu Sans Mono

Mathematatur

Release 0.0.1

May 20, 2019

Contents:

Mathematur is a project with the goal of summarizing the math a swiss gymnasium without mathematical focus teaches. The goal is to write down theory as well as collecting sample exercises with their solutions.

CHAPTER 1

Contributing

If you would like to help improve this project or send awesome worked solutions of sample exercises write me an email.

1.1 Basics

1.1.1 Algebra

Polynomial long division

$\frac{f(x)}{g(x)}$

1. search biggest exponents in dividend and divisor, e.g. ax^n and bx^m
2. if $n \geq m$:
   - add $\frac{a}{b}x^{n-m}$ to the result

   else:
   - you can't divide any further
   - add $\frac{rest}{g(x)}$ to the result
   - finished
3. subtract $g(x) \cdot \frac{a}{b}x^{n-m}$ from $f(x)$
4. repeat with result of 3.

Examples

$$
\begin{array}{l}
(x^3 - 12x^2 + 5x + 150) : (x - 5) = x^2 - 7x - 30 \\
\underline{-(x^3 - 5x^2)} \\
\qquad\quad -7x^2 + 5x \\
\qquad \underline{-(-7x^2 + 35x)} \\
\qquad\qquad\qquad -30x + 150 \\
\qquad\qquad \underline{-(-30x + 150)} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

[1]

$$
\begin{array}{l}
(4x^5 - x^4 + 2x^3 + x^2 - 1) : (x^2 + 1) = 4x^3 - x^2 - 2x + 2 + \dfrac{2x - 3}{x^2 + 1} \\
\underline{-(4x^5 + 4x^3)} \\
\qquad -x^4 - 2x^3 \\
\quad \underline{-(-x^4 - x^2)} \\
\qquad\quad -2x^3 + 2x^2 \\
\qquad \underline{-(-2x^3 - 2x)} \\
\qquad\qquad\quad 2x^2 + 2x - 1 \\
\qquad\qquad \underline{-(2x^2 + 2)} \\
\qquad\qquad\qquad\quad 2x - 3
\end{array}
$$

[2]

System of linear equations[3]

Solve with TI-84 Plus[4]

1. `2nd`, `MATRIX`
2. navigate to `EDIT` with left/right arrows
3. choose the matrix to edit with the up/down arrows + `ENTER` or a number

[1] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a5/Polynomdivision_1.svg/2880px-Polynomdivision_1.svg.png
[2] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/7/71/Polynomdivision_3.svg/2880px-Polynomdivision_3.svg.png
[3] https://en.wikipedia.org/wiki/System_of_linear_equations
[4] https://education.ti.com/en/products/calculators/graphing-calculators/ti-84-plus

4. set dimensions to $X \times X + 1$ when you have X variables
5. type in the coefficents of your equations in the last column write the RHS of your equations
6. `2nd`, `QUIT`
7. `2nd`, `MATRIX`
8. navigate to `MATH` with left/right arrows
9. choose `rref(` with `ALPHA`, `B` or the up/down arrows + `ENTER`
10. `2nd`, `MATRIX`
11. choose the matrix you edited with the up/down arrows + `ENTER` or a number
12. `ENTER`

Solve by hand

1. take any equation of your system
2. isolate any of the variables in the equation
3. substitute it into the other equations
4. repeat until any variable's value is found
5. substitute back until you have the values of all variables

Examples

$$
\begin{aligned}
3x + 2y - z &= 1 \\
2x - 2y + 4z &= -2 \\
-x + \tfrac{1}{2}y - z &= 0
\end{aligned}
$$

Solution: $x = 1, y = -2, z = -2$

1.1.2 Arithmetic

Subsets of non-complex numbers

- Natural numbers $\mathbb{N}$:

  $1, 2, 3, 4, 5, \ldots$

- Prime numbers $\mathbb{P}$:

  A prime number (or a prime) is a natural number greater than 1 that cannot be formed by multiplying two smaller natural numbers.[1]

  $1, 2, 3, 5, 7, 11, \ldots$

- Integers $\mathbb{Z}$:

  $\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Prime_number

- Rational numers $\mathbb{Q}$:

  $\frac{x}{y} | x, y \in \mathbb{Z}$

- Irrational numbers $\mathbb{I}$:

  non-rational real numbers, e.g. $\sqrt{2}, e, \pi, ...$

- Real numbers $\mathbb{R}$:

  $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Order of operations

1. exponents and roots
2. multiplication and division
3. addition and subtraction

Powers or Integer exponents[2]

Base definitions

$b^1 = b$

$b^{n+1} = b^n * b$

$b^0 = 1$

$b^{-n} = \frac{1}{b^n}$

$b^n = \frac{b^{n+1}}{b}, n \geq 1$

Properties

$b^{m+n} = b^m * b^n$

$(b^m)^n = b^{m*n}$

$(b \cdot c)^n = b^n \cdot c^n$

Roots or Rational exponents[3]

$b^{\frac{u}{v}} = (b^u)^{\frac{1}{v}} = \sqrt[v]{b^u}$

$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

[2] https://en.wikipedia.org/wiki/Exponentiation#Integer_exponents
[3] https://en.wikipedia.org/wiki/Nth_root#Identities_and_properties

Logarithms[4]

$\log_b x = y, if b^y = x$

$\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$

$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$

$\log_b(x^n) = n \log_b x$

$\log_b \sqrt[n]{x} = \frac{\log_b x}{n}$

1.1.3 Functions

Changing Functions

You can move functions very easily:

- $f(x - a)$ is $f(x)$ moved horizontally a units

> **Warning:** $f(x - 3)$ is $f(x)$ moved 3 units to the **right**

- $f(x) + q$ is $f(x)$ moved vertically q units

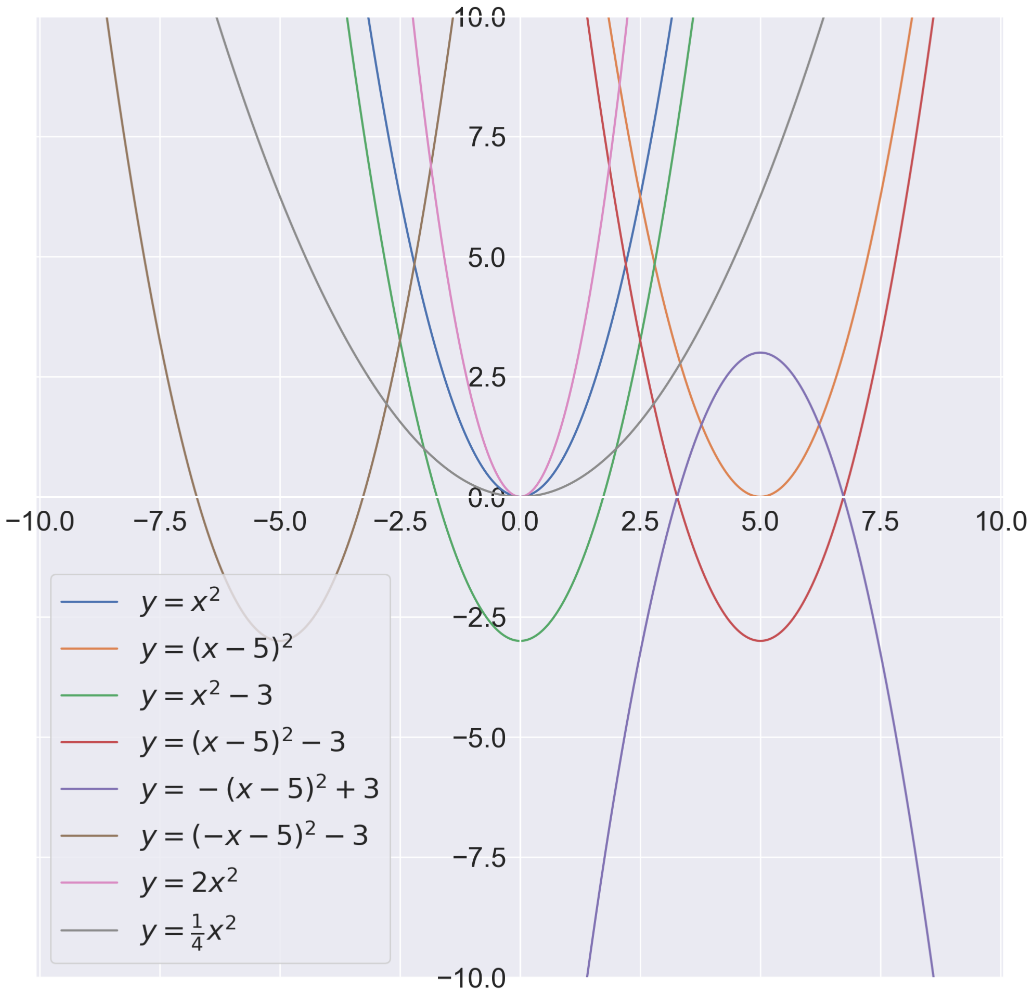
This is how to mirror them:

- $-f(x)$ is $f(x)$ mirrored on the x-axis
- $f(-x)$ is $f(x)$ mirrored on the y-axis

You can of course stretch/compress functions too:

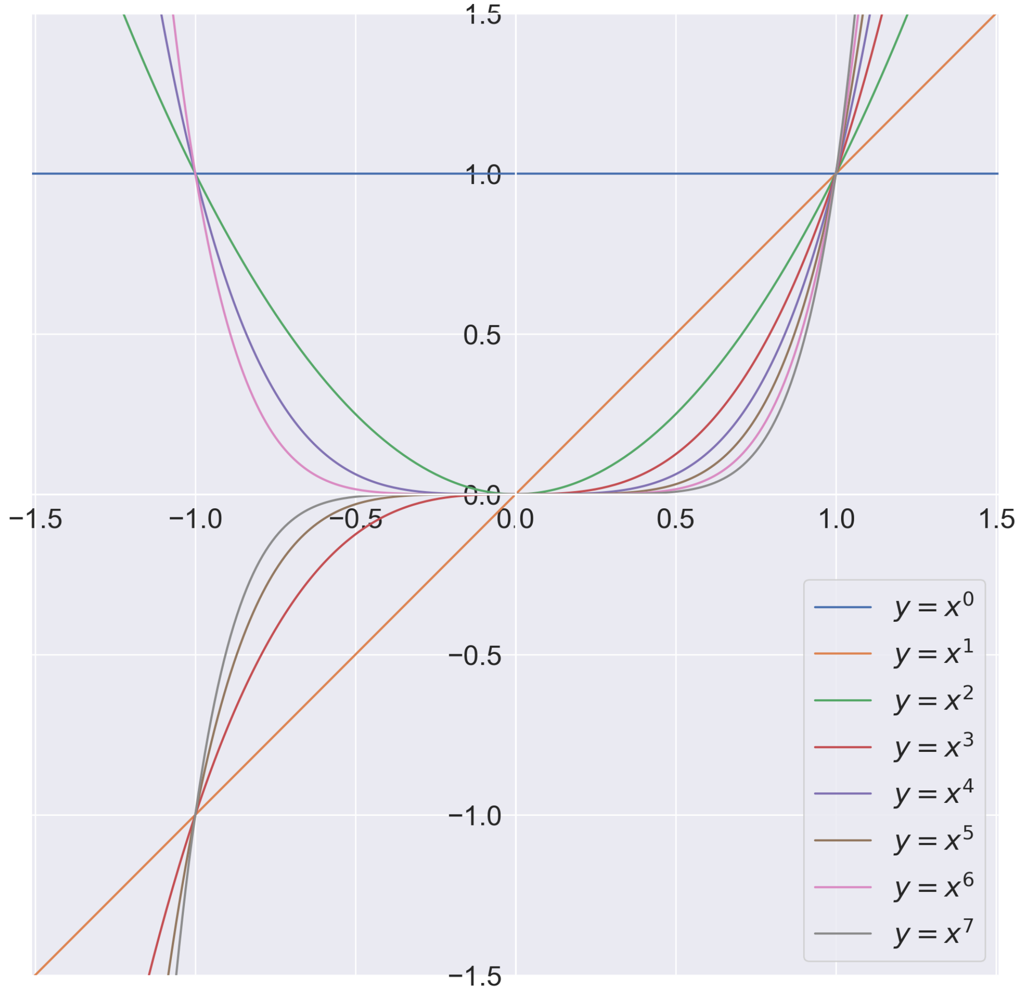
- $a \cdot f(x)$ is $f(x)$ stretched by the factor a
- $\frac{1}{a} \cdot f(x)$ is $f(x)$ compressed by the factor a

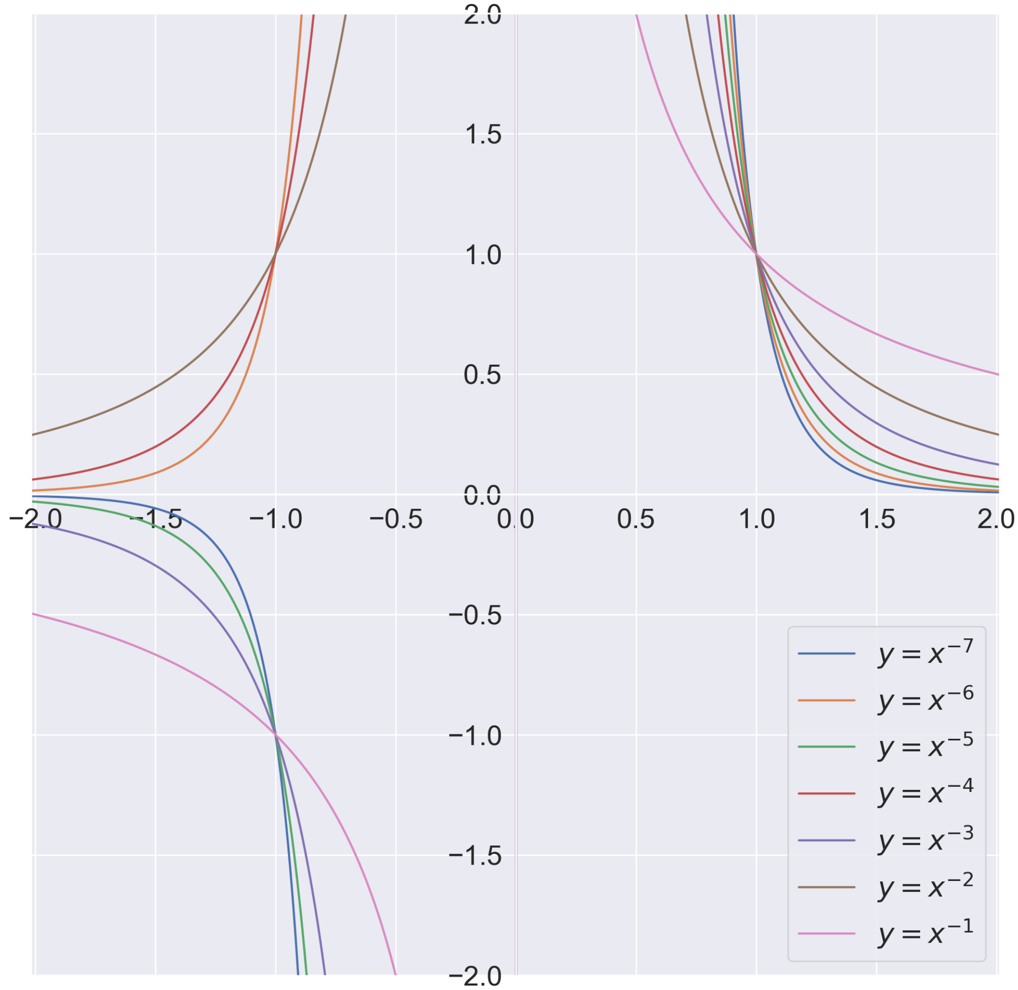
[4] https://en.wikipedia.org/wiki/Logarithm#Logarithmic_identities


10.0
7.5
5.0
2.5
0.0
−2.5
−5.0
−7.5
−10.0
−10.0
−7.5
−5.0
−2.5
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
$y = x^2$
$y = (x-5)^2$
$y = x^2 - 3$
$y = (x-5)^2 - 3$
$y = -(x-5)^2 + 3$
$y = (-x-5)^2 - 3$
$y = 2x^2$
$y = \frac{1}{4}x^2$

1.1.4 Graphs

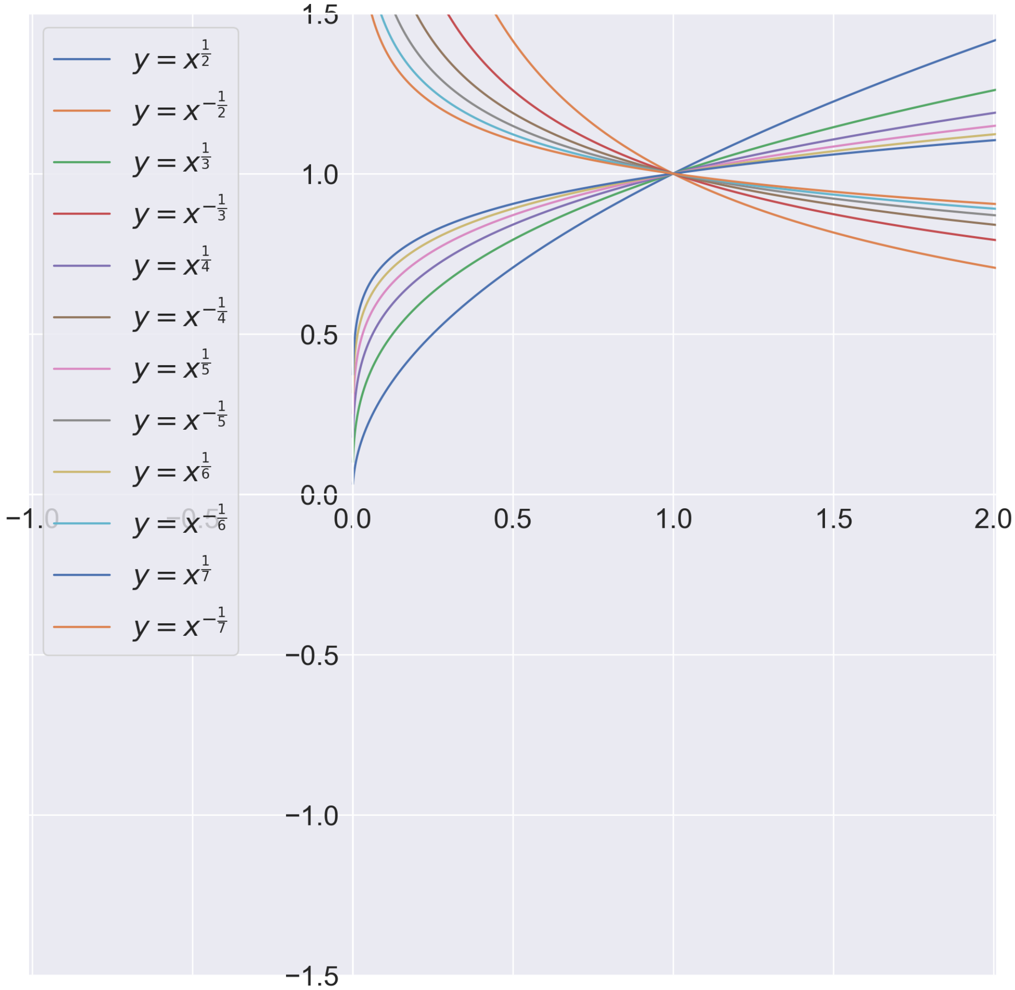
Power functions



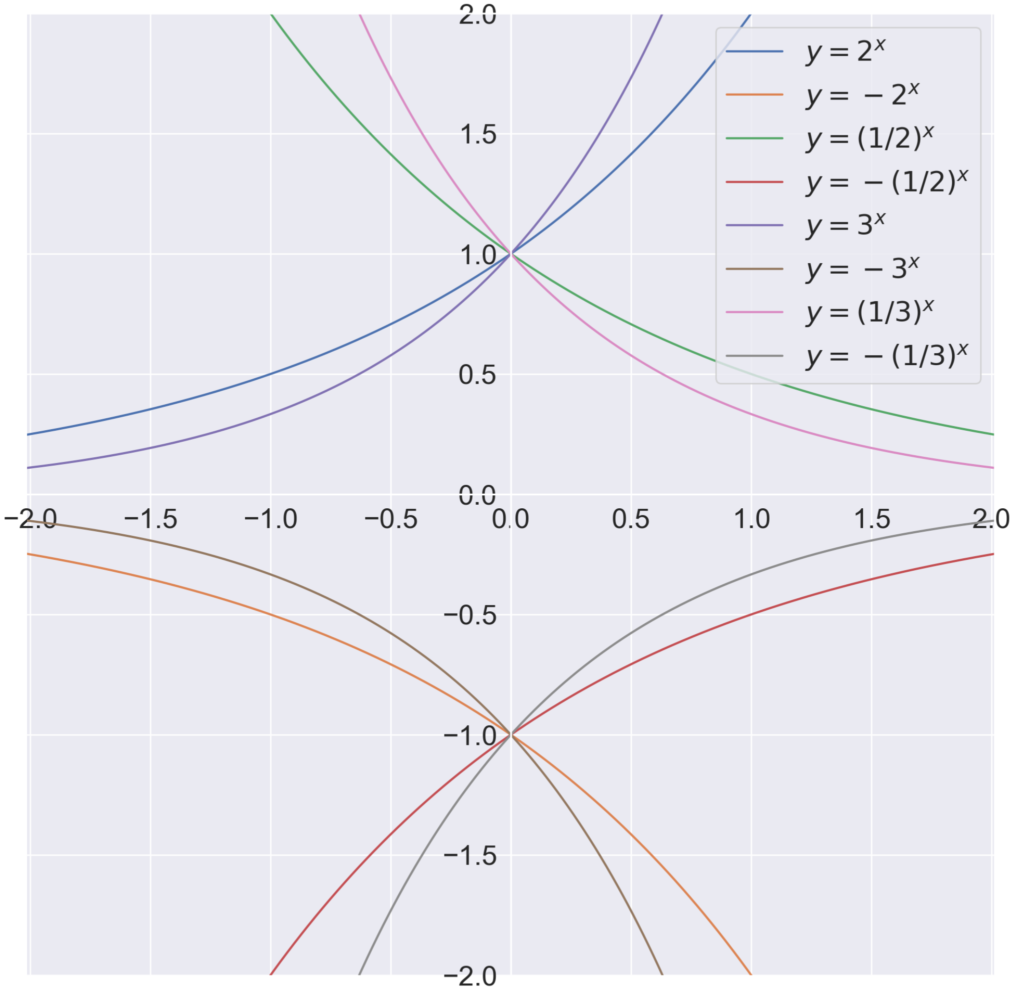


2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−2.0
−1.5
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
$y = x^{-7}$
$y = x^{-6}$
$y = x^{-5}$
$y = x^{-4}$
$y = x^{-3}$
$y = x^{-2}$
$y = x^{-1}$

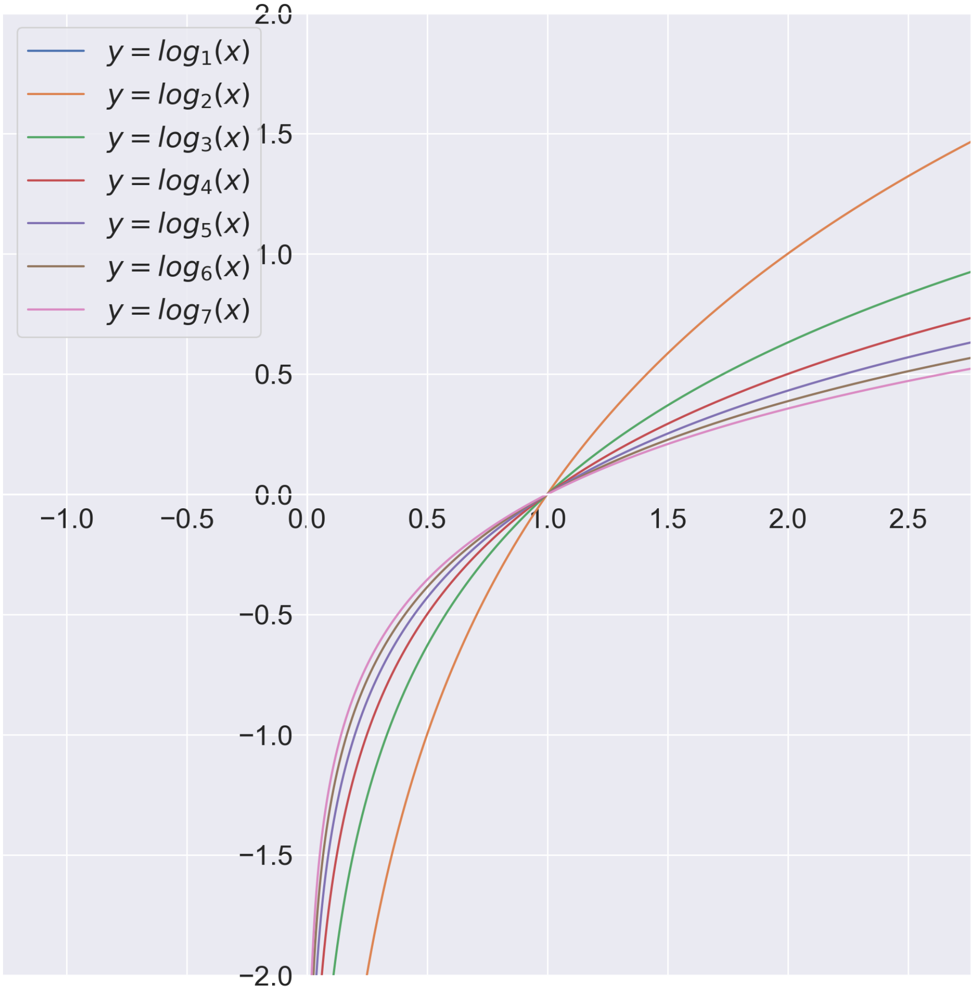
Root functions



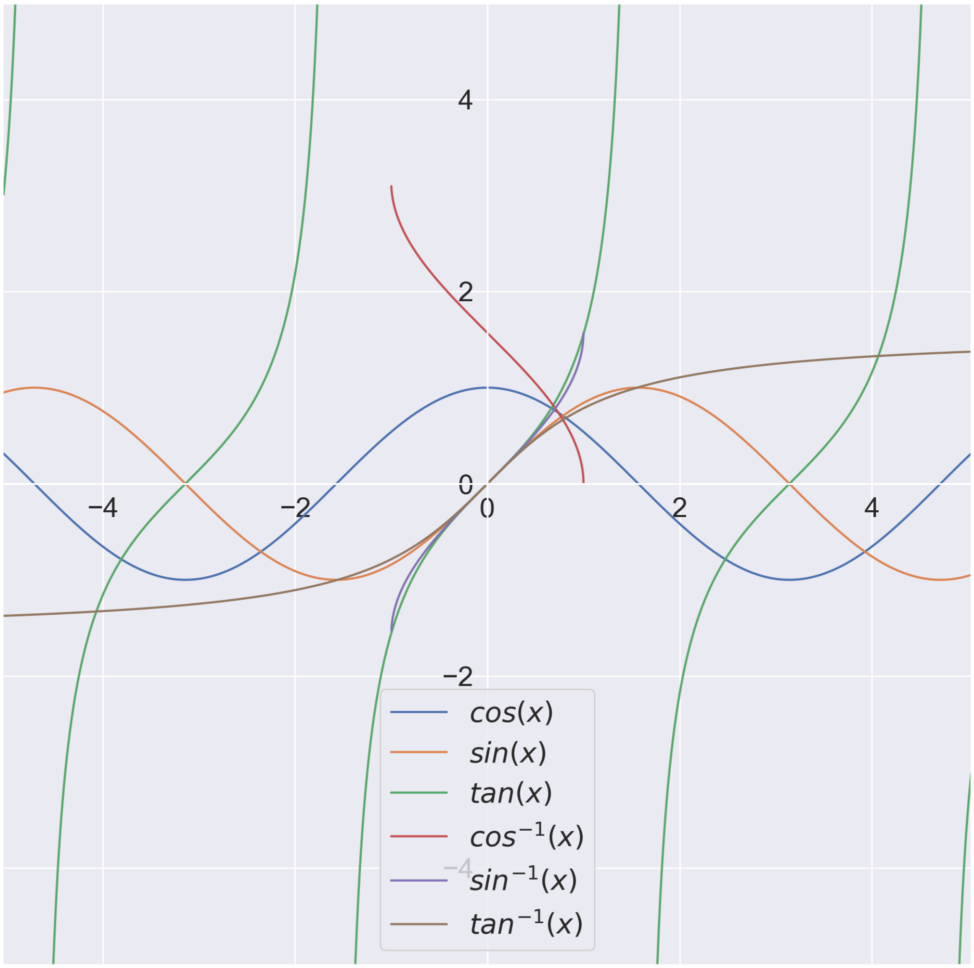
Exponential functions



Logarithmic functions



Trigonometric functions



1.2 Probability

1.2.1 Kombinatorik[1]

[1] Source: Dr. Robert Aehle

Permutation

Die Anzahl Möglichkeiten n Objekte zu sortieren.

$$n!$$

Beispiel: Sandro hat eine Farbstiftschachtel mit 10 verschiedenfarbigen Stiften. In wie vielen verschiedenen Reihenfolgen kann er sie ordnen?

$10! = 3628800$

Warning: Eine Permutation ist eine Variation ohne Wiederholung mit $n = k$. Beachte $(n-n)! = 0! = 1$.

Variation mit Wiederholung

Die Anzahl Möglichkeiten k-mal ein Objekt aus n Objekten auszuwählen.

$$n^k$$

Beispiel: In einer Urne sind 5 verschiedenfarbige Murmeln. Wie viele Möglichkeiten gibt es, dreimal eine Murmel **mit** Zurücklegen zu ziehen?

$5^3 = 125$

Warning: Beachte, dass {blau-blau-grün} eine andere Variation ist als {blau-grün-blau}!

Variation ohne Wiederholung

Die Anzahl Möglichkeiten k-mal ein Objekt aus $n + 1 - i$ Objekten auszuwählen. Wobei i jeweils für den i-ten Zug steht.

$$\prod_{i=1}^{k} n + 1 - i = n * (n-1) * (n-2) \ * \ ... \ * \ (n - (k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Beispiel: In einer Urne sind 5 verschiedenfarbige Murmeln. Wie viele Möglichkeiten gibt es, dreimal eine Murmel **ohne** Zurücklegen zu ziehen?

$\frac{5!}{(5-3)!} = 60$

Warning: Beachte, dass {rot-blau-grün} eine andere Variation ist als {blau-rot-grün}!

Kombination ohne Wiederholung

Die Anzahl Möglichkeiten aus n Objekten k verschiedene Objekte auszuwählen.

$$\frac{n!}{(n-k)!k!} = \binom{n}{k}$$

Beispiel: In einer Urne sind 5 verschiedenfarbige Murmeln. Wie viele Möglichkeiten gibt es, drei daraus auszuwählen?

$\binom{5}{3} = 10$

> **Warning:** Beachte, dass {rot-blau-grün} die gleiche Kombination ist als {blau-rot-grün}!

Kombination mit Wiederholung

Die Anzahl Möglichkeiten aus n Objekten k Objekte auszuwählen. Es können dabei Wiederholungen vorkommen.

$$\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!k!}$$

Beispiel: Fritz hat 5 Wasserfarben und möchte daraus alle ihm möglichen Farben mischen, wenn er nur einen Teelöffel hat und eine Mischung aus jeweils 3 Löffeln Farbe bestehen muss. Wieviele Mischungen kann er kreieren?
$\binom{5+3-1}{3} = 840$

> **Warning:** Auch aus {blau-blau-blau} entsteht eine Farbe (mit Wiederholung)!
>
> {rot-gelb-rot} mischt das gleiche dunkelorange wie {gelb-rot-rot}, ist also dieselbe Kombination!

1.2.2 Elementare Wahrscheinlichkeit[1]

Axiome von Kolgorow

Für jedes Ereignis $A \in \Sigma$ und $B \in \Sigma$ gilt:

1. $P(A) \geq 0$
2. $P(\Omega) = 1$
3. $A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Definitionen

- Potenzmenge Σ (lies Sigma) ist die Grundmenge bzw. Ergebnisraum
- Ergebnismenge Ω (lies Omega) ist die Menge aller Ergebnisse eines Zufallsexperiments
- $\Sigma = \{\emptyset, \Omega\} + \Omega$

Folgerungen aus Kolgorow's Axiomen

Für jedes Ereignis $A \in \Sigma$ und $B \in \Sigma$ gilt:

1. $P(\Omega \setminus A) = 1 - P(A)$
2. $P(\emptyset) = 0$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(A \cap B)$

[1] Sources: https://de.wikipedia.org/wiki/Wahrscheinlichkeitstheorie, Dr. Robert Aehle

4. $P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(A \cap B) + P(B \setminus B)$
5. $P(A) = P(A \setminus B) + P(A \cap B)$
6. $P(B) = P(B \cap A) + P(B \setminus A)$
7. $P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B)$

Laplace-Experiment

Ein Zufallsexperiment heisst Laplace-Experiment, wenn alle Elementarereignisse die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen.

$\omega \in \Omega : P(\{\omega\}) = \dfrac{1}{|\Omega|}$

> $|\Omega|$ ist die Mächtigkeit von Ω, also die Anzahl Elemente

Beispiele

Würfelwurf: $P(\{2\}) = \frac{1}{6}$

Münzwurf: $P(\{Kopf\}) = \frac{1}{2}$

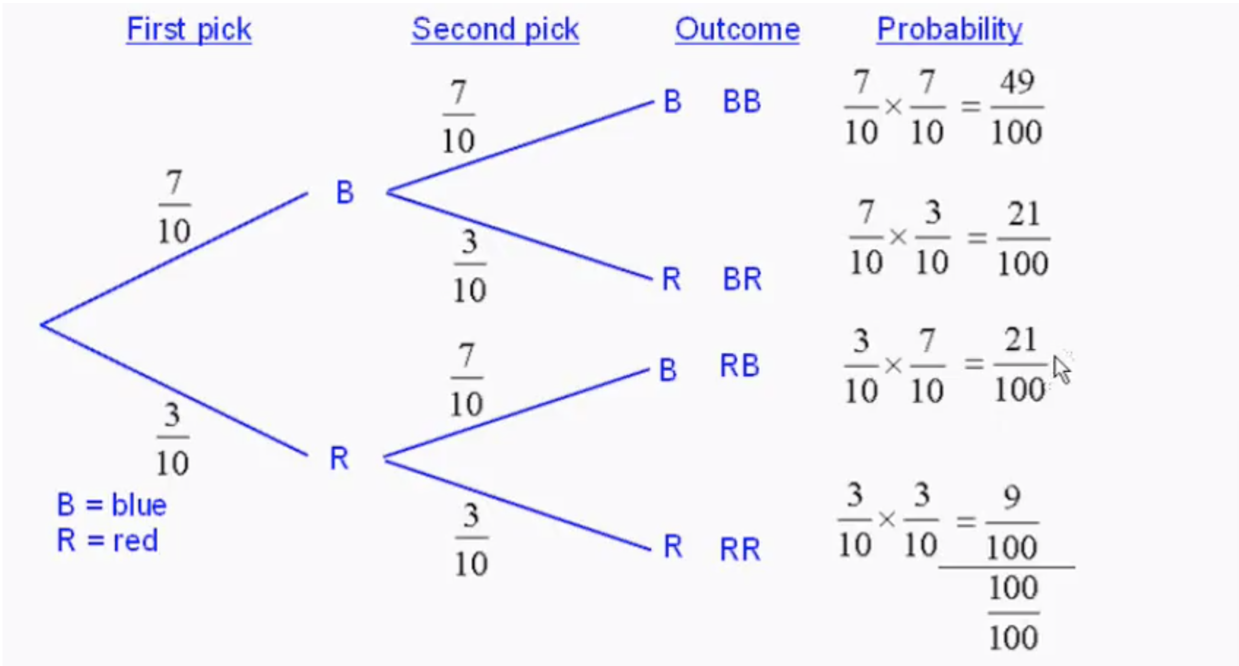
Roulette: $P(\{17\}) = \frac{1}{37}$

Mehrstufiges Zufallsexperiment

Wird ein Zufallsexperiment mehrmals durchgeführt oder werden verschiedene Zufallsexperimente nacheinander ausgeführt, so kann man dies als einmalige Ausführung eines **mehrstufigen Zufallsexperiments** auffassen. Wir stellen ein mehrstufiges Zufallsexperiment mithilfe eines **Baumdiagramms** dar.

Beispiel: In einer Urne liegen 7 blaue und 3 rote Kugeln. Es werden nacheinander 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

> **1. Experiment:** Ziehung der 1. Kugel mit $\Omega_1 = \{r, b\}$
>
> **2. Experiment:** Ziehung der 2. Kugel mit $\Omega_2 = \{r, b\}$
>
> **2-stufiges Experiment:** $\Omega = \{rr, rb, br, bb\}$



2

Ein **Pfad** im Baumdiagramm ist ein Weg ausgehend vom Anfangspunkt entlang von Ästen zu einem Endpunkt.

1. Pfadregel: Wahrscheinlichkeiten entlang eines Pfades werden **multipliziert**.

2. Pfadregel: Wahrscheinlichkeiten verschiedener Pfade werden **addiert**.

1. Baumregel: Die Summe der Wahrscheinlichkeiten auf den Ästen, die von einem gemeinsamen Anfangspunkt ausgehen, ist stets 1.

2. Baumregel Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade ist 1.

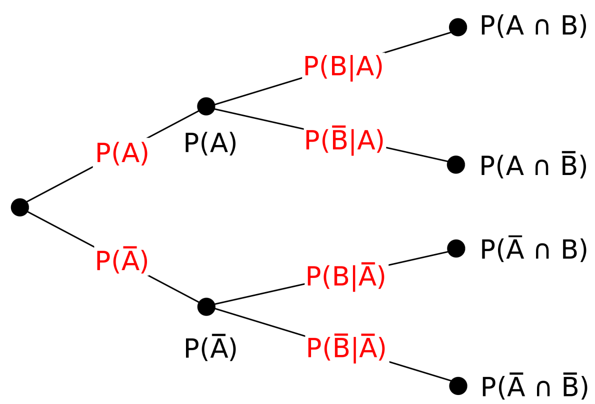
Bedingte Wahrscheinlichkeit

Definition Kolgorow's

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

| bedeutet 'unter der Bedingung von'.

[2] https://www.youtube.com/watch?v=mkDzmI7YOx0



Beispiel: Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Rose-Zahlenkarte aus einem Jasskartenset gezogen wurde, wenn schon bekannt ist, dass eine Rose-Karte gezogen wurde, ist:

$$P(Zahl|Rose) = \frac{P(Zahl \cap Rose)}{P(Rose)} = \frac{\frac{4}{36}}{\frac{9}{36}} = \frac{4}{9}$$

Folgerungen

1. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$
2. Satz von Bayes: $P(A|B) = \dfrac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$

Unabhängigkeit von Ereignissen

A und B sind unabhängig, wenn $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Zufallsgrösse

Gegeben ist ein Zufallsexperiment mit dem Ergebnisraum Ω. Eine Zufallsgrösse X ist eine Funktion, die jedem Ergebnis $\omega \in \Omega$ eine reelle Zahl $X(\omega)$ zuordnet.

Bernoulliketten

Bernoulliexperiment

Ein Zufallsexperiment mit nur zwei möglichen Ergebnissen: Treffer T und Niete N

Erfolgswahrscheinlichkeit $p = P(T)$

Misserfolgswahrscheinlichkeit $P(N) = (1 - p)$

Jedes Zufallsexperiment kann zu einem Bernoulliexperiment umgeformt werden. Ist Ω die Ergebnismenge, so zeichnen wir ein spezielles Ereignis $T \subset \Omega$ aus und betrachten nur noch die Versuchsausgänge T und $\overline{T} = N$.

Bernoullikette der Länge $n \in \mathbb{N}$

Ein Bernoulliexperiment wir n-mal wiederholt. Die Ergebnismenge Ω besteht aus allen Sequenzen der Länge n aus den Buchstaben T und N. Die Mächtigkeit von Ω ist $|\Omega| = 2^n$.

$A =$ **Kein Treffer:** $P(A) = (1-p)^n$

$B =$ **Mindestens ein Treffer:** $P(B) = 1 - (1-p)^n$

$C =$ **genau** k **Treffer:** $P(C) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Wartezeit-Aufgaben

Erster Treffer: Die Zufallsgrösse X beschreibt, im wievielten Versuch erstmals ein Treffer eintritt.

- Wahrscheinlichkeit für den ersten Treffer im n-ten Versuch. Bzw. Wahrscheinlichkeit, dass die ersten $n-1$ Versuche Nieten und der n-ten Versuch ein Treffer ergeben:

$$P(X = n) = (1-p)^{n-1} \cdot p$$

- Wahrscheinlichkeit für den ersten Treffer **frühestens** im n-ten Versuch. Bzw. Wahrscheinlichkeit für keinen Treffer in den ersten $n-1$ Versuchen:

$$P(X = n) = (1-p)^{n-1}$$

- Wahrscheinlichkeit für den ersten Treffer **spätestens** im n-ten Versuch. Bzw. Wahrscheinlichkeit, dass nicht alle n Versuche Nieten sind.

$$P(X = n) = 1 - (1-p)^n$$

Beispiel: Würfelwurf, Treffer ist Ereignis $T = 1, 2$. Die Zufallsgrösse X beschreibt, im wievielten Versuch T erstmals eintritt. $P(T) = p = \frac{1}{3}$.

- $P(X = 5) = (1 - \frac{1}{3})^4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{16}{243}$
- $P(X \geq 5) = (1 - \frac{1}{3})^4 = \frac{16}{81}$
- $P(X \leq 5) = 1 - (1 - \frac{1}{3})^5 = 1 - \frac{32}{243} = \frac{211}{243}$

Suche nach Länge n der Bernoullikette: Die Zufallsgrösse Y beschreibt die Anzahl Treffer mit Erfolgswahrscheinlichkeit p bei einer Bernoullikette der Länge n.

- Was ist die kleinste Anzahl Versuche (kleinstes n), dass zu einer Wahrscheinlichkeit von mindestens A mindestens ein Treffer eintritt? Bzw. dass zu einer Wahrscheinlichkeit von höchstens $1 - A$ kein Treffer eintritt?

$$P(Y \geq 1) \geq A \tag{1.1}$$
$$\Leftrightarrow 1 - P(Y = 0) \geq A \tag{1.2}$$
$$\Leftrightarrow 1 - A \geq P(Y = 0) \tag{1.3}$$
$$\Leftrightarrow 1 - A \geq (1-p)^n \tag{1.4}$$
$$\Leftrightarrow \log(1-A) \geq n \cdot \log(1-p) \tag{1.5}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\log(1-A)}{\log(1-p)} \leq n \tag{1.6}$$
$$\tag{1.7}$$

> **Warning:** Siehe *Logarithms 4* für die Logarithmusgesetze.
>
> Im letzten Schritt wird durch $\log(1-p)$ geteilt, beachte, dass der Logarithmus einer Zahl zwischen 0 und 1 negativ ist und deshalb Ungleichheitszeichen gekehrt werden muss.

Beispiel: Würfelwurf, Treffer ist Ereignis $T = 1, 2$. *expression*: Anzahl Treffer. Wie oft muss gewürfelt werden, dass zu einer Wahrscheinlichkeit von $97 odereine 2 gewrfeltwird$?

$$P(Y \geq 1) \geq 0.97 \Leftrightarrow n \geq \frac{\log(0.03)}{\log(\frac{2}{3})} \approx 8.65$$

Es muss mindestens 9 mal gewürfelt werden, damit zu einer $97 odereine 2 gewrfeltwird$.

1.2.3 Wahrscheinlichkeitsverteilung[1]

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist die Verteilung der Ergebnisse eines Zufallsexperiments und ihren Wahrscheinlichkeiten. Eine Verteilung funktioniert nur wenn die Ergebnisse sortierbar sind. Z.B. die Augen eines Würfels $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sind sortiert.

Der Erwartungswert: ist das im Durchschnitt zu erwartende Ergebnis. Es wird berechnet durch die Summe aller Ergebnisse, jeweils mit ihrer Wahrscheinlichkeit gewichtet.

$\mu = \sum_k k \cdot P(X = k)$

Die Varianz: ist die Summe aller quadrierter Differenzen zum Erwartungswert μ gewichtet nach der Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse.

$\sigma^2 = \sum_k (k-\mu)^2 \cdot P(X = k)$

Die Standardabweichung: ist die Wurzel der Varianz. Sie verkörpert die durchschnittliche Abweichung von μ, die jedoch grössere Abstände mehr gewichtet durch das Quadrieren.

$\sigma = \sqrt{\sum_k (k-\mu)^2 \cdot P(X = k)}$

1.2.4 Binomialverteilung[1]

Die Binomialverteilung ist die Verteilung eines Bernoulliexperiments (siehe *Bernoulliketten*) mit n Versuchen und der Erfolgswahrscheinlichkeit p .

Der Erwartungswert: ist das im Durchschnitt zu erwartende Ergebnis. Es wird berechnet durch die Summe aller Ergebnisse, jeweils mit ihrer Wahrscheinlichkeit gewichtet.

$\mu = n \cdot p$

Die Varianz: ist die Summe aller quadrierter Differenzen zum Erwartungswert μ gewichtet nach der Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse.

$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$

Die Standardabweichung: ist die Wurzel der Varianz. Sie verkörpert die durchschnittliche Abweichung von μ, die jedoch grössere Abstände mehr gewichtet durch das Quadrieren.

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

[1] Source: Dr. Robert Aehle
[1] Source: Dr. Robert Aehle

Die Wahrscheinlichkeit: $P(a \leq X \leq b) = \sum_{k=a}^{b} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

TI-84 Plus[2]:

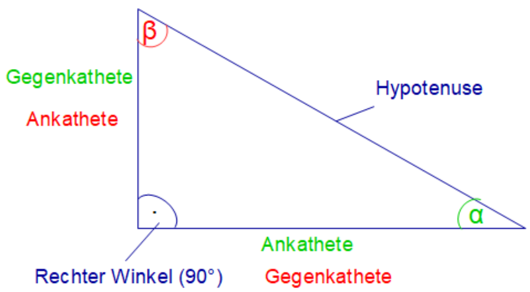
- `2nd`, `DISTR`
- `A` or navigate to `binomcdf(` with up/down arrows

$P(a \leq X \leq b) =$ `binomcdf(n, p, b) - binomcdf(n, p, a)`

1.3 Geometry

1.3.1 Trigonometrie

Im rechtwinkligen Dreieck



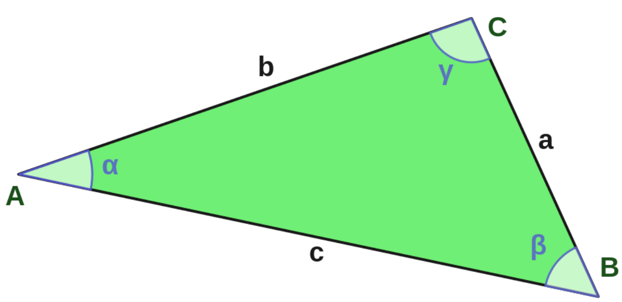
[1]

$\sin(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$

$\cos(\alpha) = \frac{Ankathete}{Hypotenuse}$

$\tan(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$

Allgemeines Dreieck



[2]

[2] https://education.ti.com/en/products/calculators/graphing-calculators/ti-84-plus

[1] https://www.ingenieurkurse.de/technische-mechanik-statik/grundlagen-der-technischen-mechanik/trigonometrie-am-rechtwinkligen-dreieck.html

[2] https://de.wikipedia.org/wiki/Dreieck

Sinussatz: $\dfrac{a}{\sin(\alpha)} = \dfrac{b}{\sin(\beta)} = \dfrac{c}{\sin(\gamma)} = 2r$

mit Umkreisradius r

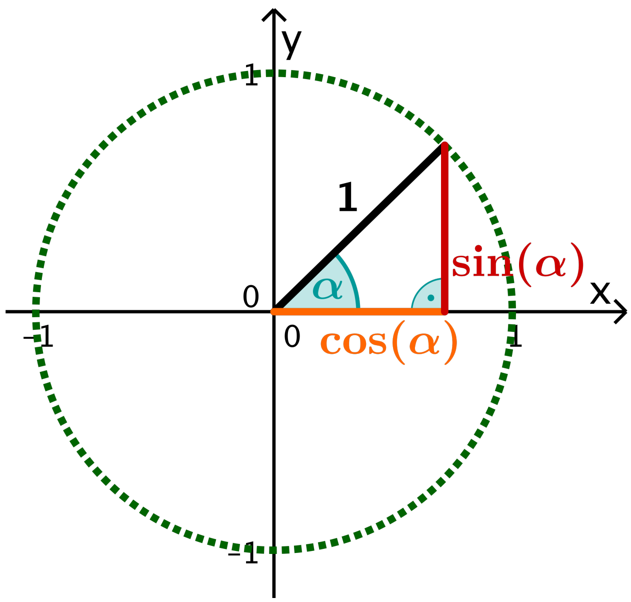
Kossinusinussatz: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$

Flächensatz: $A = \frac{1}{2}ab \cdot sin(\gamma) = \frac{1}{2}ac \cdot sin(\beta) = \frac{1}{2}bc \cdot sin(\alpha)$

Folgerungen aus dem Einheitskreis



[3]

$\sin(\alpha) = \sin(180° - \alpha) = sin(\pi - \alpha)$

$\sin(\alpha) = \sin(\alpha + k \cdot 360°) = sin(\alpha + k \cdot 2\pi)$

$\cos(\alpha) = \cos(360° - \alpha) = cos(2\pi - \alpha)$

$\cos(\alpha) = \cos(\alpha + k \cdot 360°) = cos(\alpha + k \cdot 2\pi)$

$\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Warning: Beachte, dass du im TI-84 Plus[4] per `MODE` Taste in ein Menu kommst, in welchem du in der 3. Zeile `RADIAN` oder `DEGREE` auswählen kannst. Diese Einstellungen stehen für Kreismass und Grad und bedeuten, in welchem Mass die Trigonometrie $^{-1}$ Funktionen Werte ausgeben und in welchem Mass die normalen Trigonometrie Funktionen Werte entgegennehmen.

[3] https://de.serlo.org/mathe/geometrie/sinus-kosinus-tangens/sinus-kosinus-tangens-einheitskreis/trigonometrie-einheitskreis

[4] https://education.ti.com/en/products/calculators/graphing-calculators/ti-84-plus